

No es permet l'ús de calculadores gràfiques ni programables, ni de dispositius que puguin transmetre o emmagatzemar informació. Es poden usar regles i bolígrafs de colors (excepte vermell i verd).

Part A. Contestau el problema A1, i contestau també un problema a escollir entre el problema A2 i el problema A3 (total 4 pt).

Problema A1 (obligatori). — A la loteria de Nadal, el número guanyador de la grossa és un únic número de 5 xifres. Tots els números tenen la mateixa probabilitat de resultar guanyadors. Considera els següents esdeveniments:

- A : el número guanyador el Nadal de 2025 serà el 00000.
- B : el número guanyador el Nadal de 2025 serà el 72480.
- C : el número guanyador el Nadal de 2026 serà el 72480.

- a) Expressa, amb les teves pròpies paraules, què volen dir els dos termes següents: $P(C | B)$, i $P(A \cap B)$. (1 pt)
- b) Calcula $P(C | B)$ i $P(A \cap B)$. (1 pt)

Problema A2. — L'Institut Nacional d'Estadística (INE) disposa de les dades, per al 2023, sobre la quantitat d'habitants totals i la quantitat de treballadors per nacionalitat i sexe a Espanya, que són les següents:

	Espanyols	Estrangers
Homes	20.6 milions	3.0 milions
Dones	21.2 milions	3.3 milions

Quantitat d'habitants total.

	Espanyols	Estrangers
Homes	10.8 milions	1.9 milions
Dones	9.6 milions	1.7 milions

Quantitat de treballadors.

- a) Escollint un home a l'atzar, quina és la probabilitat que treballi? (1 pt)
- b) Escollint un individu a l'atzar, els esdeveniments “ser dona” i “treballar” són independents? (1 pt)

Problema A3. — Després d'una formació acadèmica determinada, el temps que tarden els titulats a trobar feina el podem aproximar mitjançant una variable aleatòria X que segueix una distribució normal de mitjana poblacional μ desconeguda, i desviació típica $\sigma = 30$ dies. Respecte dels 22 titulats d'enguany, el nombre mitjà de dies que han tardat a trobar feina ha estat de 86.

Calcula un interval de confiança per a la mitjana poblacional μ amb un nivell de confiança del 80%. (2 pt)

Part B. Escolliu només un problema d'aquesta part (total 3 pt).

Problema B1. — Considera:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -5 & -3 & 4 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

- a) És cert que $A = B^{-1}$? És cert que $B = A^{-1}$? (1 pt)
- b) Calcula x tal que $Ax = v$. (1 pt)
- c) Amb el valor de x de l'apartat anterior, calcula y tal que $B^2y = x$. (1 pt)

Problema B2. — Per organitzar un esdeveniment social, volem contractar el transport amb una empresa que ens ofereix autocars i minibusos.

- Cada autocar té una capacitat de 50 viatgers i té un preu de 100 €.
- Cada minibus té una capacitat de 30 viatgers i té un preu de 55 €.

Podem contractar tants autocars com vulguem, i fins a 8 minibusos. Per limitacions en el nombre de conductors, només podem contractar 11 vehicles. Si volem assegurar el transport per a almenys 450 persones, quina és la combinació més avantatjosa i quin cost té? (3 pt)

Part C. Escolliu només un problema d'aquesta part (total 3 pt).

Problema C1. — Considera la funció $f(x) = x^3 - 3x^2$, per a $x \in [-1, \infty)$.

- a) Fes una gràfica esquemàtica de la funció $f(x)$. Calcula o justifica i indica sobre la gràfica el valor de la funció en els extrems del domini, els intervals de creixement i decreixement, i els màxims i mínims relatius i absoluts. **(2 pt)**
- b) Sobre la mateixa gràfica, traça la recta tangent a la funció en el punt $x = 1$. Quin és el valor del seu pendent? **(1 pt)**

Problema C2. — En psicologia, la funció següent modela com les persones valoren recompenses en un instant de temps futur, t :

$$V(t) = \frac{1}{(1+r)^t}, \quad t \in [0, +\infty),$$

on r és una constant positiva, i t es mesura en dies.

- a) Si $r = 0.01$, què val la funció $V(t)$ a $t = 50$? **(1 pt)**
- b) Per a quin valor de r , la funció $V(t)$ val 0.75 a $t = 50$? **(1 pt)**
- c) Si $r = 0.03$, a quin valor tendeix la valoració d'una recompensa en un futur molt llunyà? **(1 pt)**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula de la distribució normal $\mathcal{N}(0,1)$.