

O exame consta de **4 preguntas de resposta obrigatoria, puntuadas cada unha con 2,5 puntos**: a primeira sen apartados optativos e as tres seguintes con posibilidade de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA E PROBABILIDADE. (2,5 puntos)

CONTEXTO

As cafeterías universitarias son espazos nos que, ademais de poder consumir alimentos e bebidas, en numerosas ocasións se empregan como puntos de encontro para outros eventos. Segundo os datos recollidos pola dirección da cafetería dunha facultade, o 65% dos seus clientes son estudantes, o 25% persoal da universidade e o 10% restante son persoas alleas á universidade.

Co obxectivo de estudar se é necesario realizar modificacións na cafetería, os seus responsables analizaron datos sobre o tempo de espera ata que un cliente foi atendido e sobre a forma de realizar os pagamentos. Pode supoñerse que o tempo de espera ata que un cliente é atendido segue unha distribución aproximadamente normal, con media igual a 5 minutos e de tal modo que o 90% dos clientes son atendidos antes de 8 minutos. Polos datos recollidos, chegaron á conclusión de que o 30% dos estudantes efectúan os pagamentos en efectivo, sendo esta porcentaxe igual ao 70% para o persoal da universidade, mentres que o 80% dos pagamentos realizados por persoas alleas á universidade se fan en efectivo.

Responda estes tres apartados: 1.1., 1.2. e 1.3.

- 1.1.** Cal é a probabilidade de que un cliente sexa atendido antes de 4 minutos?
- 1.2.** Calcular a probabilidade de que un pagamento nesta cafetería non fose realizado en efectivo.
- 1.3.** Se un pago se fixo en efectivo, que é máis probable, que fose realizado por estudantes ou por persoal da universidade?

PREGUNTA 2. NÚMEROS E ÁLXEBRA. (2,5 puntos). Responda un destes dous apartados: 2.1. ou 2.2.

2.1. Responda ás dúas cuestións seguintes:

2.1.1. Se $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, ache $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tales que $A^2 + \alpha A + \beta I = 0$, onde I e 0 son as matrices identidade e cero, respectivamente.

2.1.2. Calcule a matriz cadrada X tal que $XA = B$, se $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Son iguais XA e AX ?

2.2. Discuta, segundo os valores do parámetro m , o sistema $\begin{cases} x + y + mz = 1, \\ x + my + z = 1, \\ mx + y + z = 1. \end{cases}$

PREGUNTA 3. ANÁLISE. (2,5 puntos). Responda un destes dous apartados: 3.1. ou 3.2.

3.1. Dada a función $f(x) = \begin{cases} kx^2 + 2x & \text{se } x \leq 1, \\ x^2 - m & \text{se } x > 1, \end{cases}$ pídese responder ás seguintes cuestións:

3.1.1. Que condición deben cumprir k e m para que f sexa continua en $x = 1$?

3.1.2. Para que valores de k e m é f derivable en $x = 1$?

3.2. Debuxe a rexión cerrada pola gráfica de $f(x) = \sqrt{2x + 1}$, o eixe X e as rectas $x = 0$, $x = 4$. Logo, calcule a súa área.

PREGUNTA 4. XEOMETRÍA. (2,5 puntos). Responda un destes dous apartados: 4.1. ou 4.2.

4.1. Determine o valor que debe tomar k para que os planos

$$\pi_1: kx + y + \frac{1}{4}z + 2 = 0 \quad \text{e} \quad \pi_2: 3x + 4y + z + 3 = 0$$

sexan paralelos. Calcule tamén o valor de k que fai que eses mesmos planos sexan perpendiculares

4.2. Considérense o punto $P(0,1,0)$ e a recta $r: (x, y, z) = (2,0,3) + \lambda(1,2,3)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

4.2.1. Determine a ecuación continua da recta s que é paralela a r e pasa polo punto P .

4.2.2. Obteña a ecuación implícita ou xeral do plano π que pasa por P e é perpendicular a r .

El examen consta de **4 preguntas de respuesta obligatoria, puntuadas cada una con 2,5 puntos**: la primera sin apartados optativos y las tres siguientes con posibilidad de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. (2,5 puntos)

CONTEXTO

Las cafeterías universitarias son espacios en los que, además de poder consumir alimentos y bebidas, en numerosas ocasiones se emplean como puntos de encuentro para otros eventos. Según los datos recogidos por la dirección de la cafetería de una facultad, el 65% de sus clientes son estudiantes, el 25% personal de la universidad y el 10% restante son personas ajenas a la universidad.

Con el objetivo de estudiar si es necesario realizar modificaciones en la cafetería, sus responsables han analizado datos sobre el tiempo de espera hasta que un cliente ha sido atendido y sobre la forma de realizar los pagos. Puede suponerse que el tiempo de espera hasta que un cliente es atendido sigue una distribución aproximadamente normal, con media igual a 5 minutos y de tal modo que el 90% de los clientes son atendidos antes de 8 minutos. Por los datos recogidos, han llegado a la conclusión de que el 30% de los estudiantes efectúan los pagos en efectivo, siendo este porcentaje igual al 70% para el personal de la universidad, mientras que el 80% de los pagos realizados por personas ajenas a la universidad se hacen en efectivo.

Responda estos tres apartados: 1.1., 1.2. y 1.3.

- 1.1. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente sea atendido antes de 4 minutos?
- 1.2. Calcular la probabilidad de que un pago en esta cafetería no haya sido realizado en efectivo.
- 1.3. Si un pago se hizo en efectivo, ¿qué es más probable, que haya sido realizado por estudiantes o por personal de la universidad?

PREGUNTA 2. NÚMEROS Y ÁLGEBRA. (2,5 puntos). Responda uno de estos dos apartados: 2.1. o 2.2.

2.1. Responda a las dos cuestiones siguientes:

2.1.1. Si $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, halle $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tales que $A^2 + \alpha A + \beta I = 0$, donde I y 0 son las matrices identidad y cero, respectivamente.

2.1.2. Calcule la matriz cuadrada X tal que $XA = B$, si $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. ¿Son iguales XA y AX ?

2.2. Discuta, según los valores del parámetro m , el sistema $\begin{cases} x + y + mz = 1, \\ x + my + z = 1, \\ mx + y + z = 1. \end{cases}$

PREGUNTA 3. ANÁLISIS. (2,5 puntos). Responda uno de estos dos apartados: 3.1. o 3.2.

3.1. Dada la función $f(x) = \begin{cases} kx^2 + 2x & \text{si } x \leq 1, \\ x^2 - m & \text{si } x > 1, \end{cases}$ se pide responder a las siguientes cuestiones:

3.1.1. ¿Qué condición deben cumplir k y m para que f sea continua en $x = 1$?

3.1.2. ¿Para qué valores de k y m es f derivable en $x = 1$?

3.2. Dibuje la región encerrada por la gráfica de $f(x) = \sqrt{2x+1}$, el eje X y las rectas $x = 0$, $x = 4$. Luego, calcule su área.

PREGUNTA 4. GEOMETRÍA. (2,5 puntos). Responda uno de estos dos apartados: 4.1. o 4.2.

4.1. Determine el valor que debe tomar k para que los planos

$$\pi_1: kx + y + \frac{1}{4}z + 2 = 0 \quad \text{y} \quad \pi_2: 3x + 4y + z + 3 = 0$$

sean paralelos. Calcule también el valor de k que hace que esos mismos planos sean perpendiculares.

4.2. Considérense el punto $P(0,1,0)$ y la recta $r: (x, y, z) = (2,0,3) + \lambda(1,2,3)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

4.2.1. Determine la ecuación continua de la recta s que es paralela a r y pasa por el punto P .

4.2.2. Obtenga la ecuación implícita o general del plano π que pasa por P y es perpendicular a r .